

FENOMENE DE CONDUȚIE ELECTRICĂ SPECIFICE INSTALAȚIILOR DE FORȚĂ ALE LOCOMOTIVELOR ELECTRICE DE CURENT CONTINUU, TRATATE CUANTIC

ELECTRICAL CONDUCTION PHENOMENA SPECIFIC TO POWER PLANTS OF ELECTRIC DIRECT CURRENT LOCOMOTIVES, QUANTUMLY TREATED

George DUMITRU¹, Mirel UNGUREANU², Radu Teodor COSTACHE³,
Mircea DUMITRESCU⁴, Marius BOLĂNU⁵, Silviu BĂDĂRĂU⁶

¹Autoritatea de Siguranță Feroviară Română - ASFR, Calea Griviței nr. 393, sectorul 1, București, România, e-mail autor: George DUMITRU: george.dumitru.cfr@gmail.com;

²Deutsche Bahn Cargo România SRL, str. „sergent Nuțu Ion”, nr. 44, clădirea „One Cotroceni Park Office”, corpul A, etajul 6, CP 050762, sectorul 5, București, România, e-mail autor: Mirel UNGUREANU: Mirel.Ungureanu@deutschebahn.com;

³Rail Cargo Carrier România SRL - str. „Calea Bucureștilor”, nr. 21-25, Otopeni, România: e-mail Radu Teodor COSTACHE: radu.teodor.costache@gmail.com;

⁴IRLU SA, Str. „Turda”, nr. 98, bl. 29 A, sector 1, București, CP 011333 București, România, e-mail autor: Mircea DUMITRESCU: mrc_dumitrescu@yahoo.com;

⁵Autoritatea Feroviară Română - str. „Calea Griviței”, nr. 393, sectorul 1, București, România, e-mail autor: Marius BOLĂNU: bolanumarius@afer.ro;

⁶Autoritatea Feroviară Română - str. „Calea Griviței”, nr. 393, sectorul 1, București, România, e-mail autor: Silviu BĂDĂRĂU: silviu.badarau95@gmail.com

Rezumat: Dispozitivele electronice actuale sunt realizate din materiale semiconductoare, care formează din punctul de vedere al conductivității electrice, o categorie intermediară între metale și izolatoare. Semiconductoarele permit (la $T > 0K$) conducția curentului electric, iar între banda de valență (BV) și banda de conducție (BC) există o bandă interzisă (BI).

Cuvinte cheie: conducție, electroni, câmp de undă, difuzie, energie, impuls, rezistiv, drift.

Abstract: Current electronic devices are made of semiconductor materials, which form an intermediate category between metals and insulators from the point of view of electrical conductivity. Semiconductors allow (at $T > 0K$) the conduction of electric current, and between the valence band (BV) and the conduction band (BC) there is a band gap (BI).

Keywords: conduction, electrons, wave field, diffusion, energy, impulse, resistive, drift.

1. INTRODUCERE

În cazul difuziei purtătorilor de sarcină, în majoritatea dispozitivelor semiconductoare concentrația purtătorilor este neuniformă, fie prin faptul că unele regiuni ale semiconductorului sunt dopate cu impurități acceptoare iar altele cu impurități donoare, fie datorită dopării uniforme cu un anumit număr de impurități, fie ca rezultat al introducerii unor purtători suplimentari din exterior, situație în care există tendința ca purtătorii din regiunile cu concentrație mare să se deplaseze spre regiunile cu concentrație mai mică, fenomenul fiind similar cu difuzia gazelor (cu excepția rezultatului final). Dacă intensitatea câmpului electric este nenulă ($E \neq 0$), atunci mișcarea unui gol își păstrează caracterul, dar peste deplasarea dezordonată se suprapune o deplasare dirijată, în direcția câmpului electric, iar viteza medie (netă) pe direcția câmpului electric pe care o capătă purtătorii de sarcină electrică este

determinată cu expresia $V_n = \mu_n \cdot E$ pentru electroni și $V_p = \mu_p \cdot E$ pentru goluri, unde E reprezintă intensitatea câmpului electric și μ_n , respectiv μ_p , sunt mobilitatea electronilor și respectiv a golurilor, iar $\mu_n > \mu_p$ datorită concentrațiilor diferite în care are loc mișcarea acestor particule. Totodată, mobilitatea scade direct proporțional cu creșterea intensității E a câmpului electric, cu creșterea T și cu creșterea concentrațiilor impurităților.

Pentru prezentul studiu de caz și analiză, s-a considerat clasa de locomotive CC 7100, care a fost construită de uzinele Alstom, în număr de 58 unități, în perioada cuprinsă între anii 1952 și 1955, fiind destinată remorcării trenurilor de călători și de marfă ale administrației franceze de căi ferate SNCF.



Fig. 9.1. Schema locomotivei electrice franceze clasa CC 7100 Alstom

Caracteristicile tehnice principale ale locomotivei electrice clasa CC 7100 Alstom sunt: Formula osiilor: UIC Co'Co'; diametrul osiilor pe cercul nominal de rulare 1435 [mm]; lungimea peste tampoane: 18922 [mm]; lățimea cutiei: 2968 [mm]; înălțimea 4218 [mm]; sarcina verticală totală: 107 [t]; alimentarea la tensiune electrică de 15 [kV] curent continuu prin două pantografe simetrice; viteza maximă: 140 [km/h]; puterea instalată 3490 [kW]; forța de tracțiune la cârlig: 260 [kN]. În perioada cuprinsă între anii 1985 și 2001, această locomotivă a fost retrasă din circulație, în prezent fiind conservate un număr de cinci unități din acest tip de locomotivă.

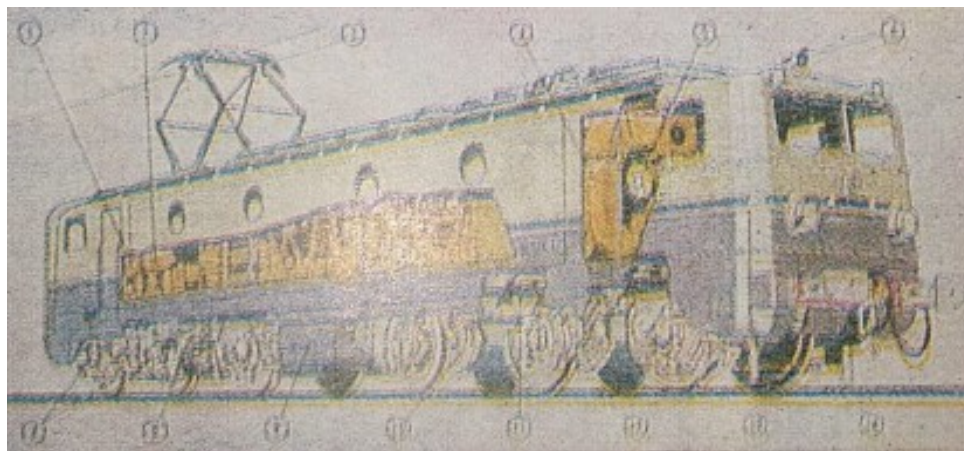


Fig. 9.2. Dispunerea principalelor subansambluri specifice locomotivei electrice clasa CC 7100 Alstom: 1-compresor de aer; 2-întrerupător principal (disjunctori); 3-pantograf simetric; 4-conductă pentru ventilația motoarelor electrice de tracțiune; 5-ventilator; 6-avertizor sonor; 7-cutie de osie; 8- cilindru de frână; 9-baterie de acumulatori; 10-motor electric de tracțiune; 11-pivot oscilant; 12-roată dințată angrenată elastic; 13-pinion de atac al motorului electric de tracțiune; 14-nisipar.

Locomotivele electrice din clasa CC 7100 au fost primele locomotive de mare viteză de la SNCF în care toate osiile erau motorizate. La livrare, viteza lor maximă a fost de 150 [km/h]. Începând din anul 1950, în urma îmbunătățirilor constructive și ale experimentelor efectuate de

SNCF, locomotiva CC 7121 a doborât recordul de viteză pe calea ferată când a atins 243 [km/h], iar în martie 1955, locomotiva CC 7107 a atins 331 [km/h]. Toate locomotivele au fost supuse procesului de mentenanță „GRG” (renovare majoră) începând cu anul 1980, pentru a îndepărta „fustele” originale și pentru a înlocui geamurile frontale originale și grupurile de lămpi frontale cu aranjament „standard SNCF”. În pofida acreditărilor de mare viteză, clasa de locomotive CC 7100 a fost retrasă din activitatea de remorcarea a trenurilor de călători, fiind destinată doar remorcării trenurilor de marfă, deoarece locomotivele electrice mai moderne, începând cu cele din clasa BB 9200, le-au înlocuit pentru serviciile de transport feroviar de pasageri. Până în anul 2001, clasa CC 7100 de locomotive a fost redusă la doar cinci exemplare rămase în activitatea de exploatare. Introducerea locomotivelor bisistem din clasa BB 27000 a condus la retragerea definitivă a acestor ultime locomotive din clasa CC 7100 din serviciul regulat.

2. Explicitarea fenomenului de transport al electronilor și conducția electrică cu ajutorul efectului magnetoelectric *Hall* de tip magnetorezistiv și respectiv al efectelor termomagnetice *Nernst - Ettinghausen*

Dispozitivele electronice actuale sunt realizate din materiale semiconductoare, care formează din punctul de vedere al conductivității electrice, o categorie intermediară între metale și izolatoare. Semiconductoarele permit (la $T > 0^\circ\text{K}$) conducția curentului electric, iar între banda de valență (BV) și banda de conducție (BC) există o bandă interzisă (BI) a cărei lărgime energetică se determină cu următoarea expresie:

$$\Delta E = E_c - E_v \Rightarrow \Delta E < 3 \text{ [eV]} \quad (1)$$

Se presupune că la temperatura la 0°K , într-un semiconductor pur toți electronii de valență sunt localizați în legături covalente și nu există purtători de sarcină mobili, iar materialul se comportă ca un izolator, cu BV complet ocupată de electroni și BC goală.

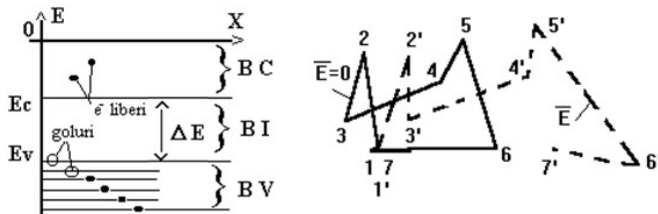


Fig. 9.3. Diagrama recombinării directe și a transportului a purtătorilor; schema ruperii legăturii covalente în concentrația volumică a electronilor liberi și schema drumul haotic al unui gol în absența câmpului electric.

Întrucât într-un semiconductor omogen aflat la echilibru termic, electronii din BC și golurile din BV suferă doar o mișcare de agitație termică, care are un caracter haotic și este însoțită de ciocniri cu rețeaua, deplasarea efectivă apare sub acțiunea unui câmp electric și în prezența unui gradient de concentrație a impurităților denumit difuzie.

$$J \cdot dp = q \cdot D_p \cdot dp/dx \Rightarrow J \cdot dn = q \cdot D_n \cdot dn/dx \Rightarrow D_p = K \cdot T/q \cdot \mu_p \quad (2)$$

unde: $J \cdot dn$ reprezintă densitatea curentului electric de difuzie pentru electroni; D_p este

coeficientul de difuzie a golurilor; D_n reprezintă coeficient de difuzie a electronilor; K este constanta *Boltzmann*; $U_T = K \cdot T / q$ reprezintă tensiune termică.

Atunci când concentrațiile purtătorilor sunt mai mari decât valorile la echilibru într-un semiconductor, atunci acesta se află în stare de injecție și $n \cdot p > n_i^2$, iar dacă aceste concentrații sunt mai mici decât cele la echilibru, atunci semiconductorul se află în stare de extracție și $n \cdot p < n_i^2$, iar legea de variație a concentrației golurilor de la suprafață spre interior cunoaște expresia următoare:

$$p = p_0 + \Delta p \cdot \exp(-x/L_p) \quad \Rightarrow \quad L_p^2 = \tau \cdot p \cdot D_p \quad (3)$$

unde: L_p reprezintă lungimea de difuzie a golurilor în exces, egală cu valoarea medie a adâncimii până la recombinare.

În mod similar, expresia legii extracției electronilor este de forma următoare:

$$n = n_0 + \Delta n \cdot \exp(-x/L_n) \quad \Rightarrow \quad |\Delta p| \leq p_0 \quad (4)$$

Fenomenul de transport și conducția electrică constau în stabilirea unor fluxuri de particule care transportă energie și/sau sarcină electrică într-un material, atunci când acesta este supus acțiunii unui câmp electric de intensitate $\bar{E}$, sau a unui câmp magnetic de intensitate $\bar{H}$, ori a unui câmp de temperatură T , așa cum este cazul efectului magnetoelectric *Hall* de tip magnetorezistiv și respectiv al efectelor termomagnetice *Nernst - Ettinghausen*. Conducția electrică într-un metal dat, reprezintă fenomenul de deplasare ordonată a purtătorilor de sarcină electrică liberă, respectiv a electronilor de conducție sub acțiunea câmpului electric, iar dacă materialul este omogen și izotrop și este supus acțiunii unui câmp electric staționar de intensitate $\bar{E}$, atunci legea de material care descrie acest fenomen cunoaște următoarea expresie:

$$\bar{J} = \sigma \cdot \bar{E} \quad (5)$$

$$\text{Dar: } \bar{q}_T = -\lambda \cdot \text{grad} T \quad \Rightarrow \quad (6)$$

În conformitate cu legea *Wiedeman - Franz* pentru un metal, raportul dintre conductivitatea termică și conductivitatea electrică rămâne constant dacă temperatura se păstrează constantă, adică:

$$\frac{\lambda}{\sigma} = L_0 \cdot T \quad \Rightarrow \quad L_0 = 3 \cdot \frac{k^2}{q_0^2} = 2,45 \cdot 10^{-6} V^2 / m^2 \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k^2}{q_0^2} \quad (7)$$

unde: $\bar{J}$ [A/m²] reprezintă densitatea curentului electric de conducție; σ [1/Ω·m] este parametrul cinetic definit de conductivitatea electrică; fluxul termic $\bar{q}_T$ [W/m²] este fluxul termic și reprezintă cantitatea de căldură transmisă prin unitatea de suprafață de material în unitatea de timp; λ [W/(m·K)] este parametrul cinetic care reprezintă conductivitatea termică; k este constanta *Boltzman*; iar q_0 este sarcina electronului; L_0 [V²/m²] reprezintă constanta *Lorentz* și atunci:

$$L_0 = 3 \cdot \frac{k^2}{q_0^2} = 2,45 \cdot 10^{-6} V^2 / m^2 \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k^2}{q_0^2} \quad (8)$$

De asemenea, la metale, particulele care transportă sarcină electrică (care determină conducția electrică) și energia termică (care determină conducția termică) sunt electronii de conducție, astfel că cei doi parametri de material, respectiv conductivitatea electrică σ și conductivitatea termică λ sunt în directă conexiune în conformitate cu legea *Wiedeman - Franz*. Totodată, conductibilitatea electrică reprezintă proprietatea unui material de a lăsa să treacă curenții electrici de conducție și este descrisă local fie prin mărimea fizică denumită conductivitate electrică de volum σ_v , fie prin mărimea conductivității electrice de suprafață σ_s , după modul cum procesele de conducție electrică se produc în interiorul materialului considerat sau la suprafața acestuia, iar conductivitatea electrică de volum σ_v reprezintă raportul dintre modulul vectorului densitate a curentului electric de volum $\bar{J}_v$ care străbate o probă de material de formă cubică având latura a și modulul vectorului de intensitate a câmpului electric aplicat $\bar{E}$, iar conductivitatea electrică de suprafață σ_s [$1/\Omega$] reprezintă raportul dintre densitatea curentului electric de suprafață $\bar{J}_s$ care se scurge printr-o suprafață pătratică de latură a și intensitatea câmpului electric aplicat. De asemenea, atunci când fenomenele de conducție în volum predomină, mărimea conductivității de volum caracterizează ansamblul proceselor de conducție și în acest caz, conductivitatea totală σ este numeric egală cu conductivitatea de volum σ_v [$1/\Omega \cdot m$].

3. Determinarea vitezei de drift a electronilor în conductorii instalațiilor de înaltă tensiune din sala mașinilor locomotivei și a intensității câmpului electric la nivelul contactorilor și ai separatoarelor de forță

Conform teoremei *Drude - Lorentz*, modelul gazului electronic presupune că electronii liberi din metale se comportă asemănător moleculelor gazului ideal, iar în procesul transportului de sarcină electrică la închiderea întreruptorului k al circuitului considerat, electronii cvasilibri din conductorul metalic dat de lungime l [m] și arie constantă S [m^2] a secțiunii transversale (în conductorul considerat) se deplasează în sens invers câmpului electric de intensitate $\bar{E}$, care este stabilit de sursa de tensiune continuă U_e [V] și sensul intensității se alege în mod convențional, similar cel al sensului de deplasare a unui ansamblu de sarcini electrice pozitive (al sensului câmpului electric de intensitate $\bar{E}$). Similar, expresia vitezei medii pătratice a mișcării de agitație termică a electronilor este dată de teoria cinetică a gazului ideal și viteza medie a electronilor are valoarea apropiată de valoarea vitezei medii pătratice, iar la aplicarea unui câmp electric de intensitate $\bar{E}$, electronii liberi sunt antrenați în sens invers câmpului de către forța electrică, astfel că peste mișcarea de agitație termică se suprapune mișcarea ordonată denumită mișcare de drift și viteza totală a electronului este egală cu suma dintre viteza de agitație termică $\bar{v}_T$ [m/s] și viteza datorată câmpului electric $\bar{v}_e$ [m/s], iar viteza de drift v_d , reprezintă viteza medie de deplasare a electronilor după direcția Ox (predominantă a câmpului electric aplicat).

$$\sqrt{\langle v_T^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \Rightarrow \sqrt{\langle v_T^2 \rangle} \approx 1,17 \cdot 10^5 \text{ m/s} \Rightarrow \quad (9)$$

$$\Rightarrow \langle v_T \rangle = 0,93 \cdot \sqrt{\langle v_T^2 \rangle} = 10^5 \text{ m/s} \quad (10)$$

$$\text{Dar: } \bar{v} = \bar{v}_T + \bar{v}_e \Rightarrow \langle \bar{v} \rangle_{Ox} = \langle \bar{v}_T \rangle_{Ox} + \langle \bar{v}_e \rangle_{Ox} = \langle \bar{v}_e \rangle_{Ox} = v_d, \quad (11)$$

$$\text{De asemenea: } \bar{F}_e = -q_0 \bar{E} \Rightarrow m_v = -q_0 \bar{E} \Rightarrow \bar{a} = -\frac{q_0}{m_0} \cdot \bar{E} \Rightarrow \quad (12)$$

$$\text{Totodată: } v = at \Rightarrow s = at^2 / 2 \Rightarrow v_{med} = v_d = \frac{0 + v_{max}}{2} = \frac{at_c}{2} \Rightarrow \quad (13)$$

$$\Rightarrow \bar{v}_d = -\frac{q_0 t_c}{2m_0} \cdot \bar{E} \quad (14)$$

Accelerația electronului depinde de intensitatea câmpului electric aplicat și de parametrii electronului respectiv masa și sarcina acestuia, iar viteza v și spațiul de deplasare s (adică distanța parcursă de electron de conducție) sunt redade de legile mecanicii clasice pentru mișcarea uniform accelerată și în mod similar modelului *Drude - Lorentz* al bilei de biliard, aplicarea câmpului electric de intensitate $\bar{E}$ electronul este antrenat sub acțiunea forței electrice $\bar{F}_e = -q_0 \bar{E}$ în sens invers câmpului electric, având o mișcare uniform accelerată și din expresia ecuației de echilibru dinamic (dată de legea a doua a dinamicii) rezultă expresia accelerației electronului de conducție. Totodată, viteza crește liniar cu timpul de parcurs și electronul acumulează energie cinetică, iar modelul bilei de biliard consideră că după un anumit interval de timp, electronul suferă o ciocnire și viteza acestuia scade la zero. De asemenea, ciocnirile pot fi cu alți electroni sau cu defectele din rețea ori cu ionii rețelei cristaline și energia acumulată este transferată în totalitate rețelei cristaline care se încălzește prin efect Joule, iar viteza maximă atinsă de electron este dependentă de durata medie a drumului liber parcurs $\langle t_c \rangle$, care este percepută (din punctul de vedere al mecanicii clasice) ca durată medie t_c [s] între două ciocniri. De asemenea, viteza medie de deplasare a electronului este denumită viteză de drift v_d , depinde de intensitatea câmpului electric și de durata medie dintre două ciocniri, iar în cazul metalelor, vectorul viteza de drift v_d are sens invers vectorului intensității câmpului electric aplicat. Pentru determinarea ecuației de mișcare a electronului cvasiliber (în cazul aproximării conductorului electric cu modelul fluidului vâcos), la aplicarea câmpului electric de intensitate microscopică asupra fiecărui electron cvasiliber acționează o forță electrică $\bar{f}_e = -q_0 \bar{E}_{micro}$ astfel că tot fluidul electronic este pus în mișcare și din cauza defectelor din metal și a agitației termice, deplasarea se face cu frecare, iar electronii cvasilibri își pierd parțial energia câștigată sub influența câmpului electric astfel că se deplasează în direcția opusă câmpului electric aplicat, în medie, cu o viteză constantă și ciocnirile sunt percepute ca frânări ale mișcării electronului.

În cazul modelului fluidului vâcos, la frânarea mișcării electronilor de conducție în metal, cauzate de ciocniri, se consideră că forța rezistentă $\bar{f}_r$ (care se opune deplasării electronului) este proporțională cu masa m_0 și cu viteza $\bar{v}$ acestuia, iar durata de relaxare τ reprezintă o caracteristică a mișcării cu dimensiuni de timp a electronului cvasiliber, astfel că soluția generală a ecuației de mișcare a electronului cvasiliber se determină cu ajutorul componentelor de regim permanent și de regim tranzitoriu, ecuația de mișcare a electronului cvasiliber obținându-se în prealabil prin medierea vitezei, cu proiectarea după direcția câmpului electric exterior aplicat (pe direcția axei Ox), în condițiile în care, medierea intensității câmpului electric microscopic conduce la obținerea valorii intensității câmpului electric macroscopic. De asemenea, durata de relaxare reprezintă mărimea fizică ce determină variația în timp a vitezei de drift, această mărime caracterizând în general perioada de tranziție de la un regim staționar la un alt regim staționar, precum este cazul regimului de trecere de la $E = 0$, la regimul de conducție, când $E \neq 0$, astfel că mobilitatea μ_0 [$m^2/(V \cdot s)$] a electronilor de conducție reprezintă ușurința cu care se deplasează electronul sub acțiunea câmpului electric. Totodată, durata de relaxare τ [s] reprezintă intervalul de timp în care are loc trecerea de la un regim de echilibru la

un alt regim de echilibru, așa cum este cazul de la starea de echilibru ($\bar{E} = 0$) la starea de conducție obținută prin aplicarea câmpului electric de intensitate $\bar{E}$, viteza ansamblului de electroni de conducție stabilește la valoarea $\bar{v}_d$ după un interval de timp de $(3 \div 5)$ ori mărimea duratei de relaxare τ [s].

Presupunând că la un moment dat se suprimă câmpul electric $\bar{E}$ din metal, atunci din cauza ciocnirilor cu atomii metalului, viteza ordonată $\bar{v}_d$ a electronului scade în timp, deoarece ciocnirile au un efect de împrăștiere a electronilor, schimbându-le după unghiuri θ aleatoare, orientările vitezelor și după o durată de $(3 \div 5) \cdot \tau$, viteza de drift scade la zero și modulul vitezei totale nu se modifică, deoarece modulul vitezei de agitație termică v_T este mult mai mare decât componenta datorată câmpului electric $\bar{v}_d$. În mod similar, în decursul procesului de scădere a vitezei de drift ca urmare a ciocnirii cu rețeaua cristalină, viteza inițială a electronului $\bar{v}$ devine $\bar{v}'$, căpătând direcție diferită față de direcția inițială de ciocnire, dar de modul aproape egal cu aceasta ($v' \approx v$), astfel încât pe direcția Ox de aplicare a câmpului exterior rezultă o scădere a vitezei electronului, iar dacă durată medie dintre două ciocniri este t_c , rezultă că în unitate de timp au loc $1/t_c$ ciocniri iar în intervalul δt se vor produce $\delta t/t_c$, ciocniri în decursul cărora viteza pe direcția axei Ox va scădea.

$$\text{Dacă: } \mu_0 = \frac{|\bar{v}_d|}{|\bar{E}|} \Rightarrow \mu_0 = \frac{q_0 \tau}{m_0} \quad (15)$$

$$\text{Dacă: } \delta v = v - v \cos \theta = v(1 - \cos \theta) \Rightarrow -\delta \bar{v} \Big|_{Ox} = \frac{\delta t}{t_c} \bar{v} \Big|_{Ox} (1 - \cos \theta) \Rightarrow \quad (16)$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \langle \bar{v}_e \rangle_{Ox}}{\delta t} = \frac{\langle \bar{v}_e \rangle_{Ox} (1 - \langle \cos \theta \rangle)}{t_c} \Rightarrow \frac{\delta \langle \bar{v}_e \rangle_{Ox}}{\delta t} = \frac{\langle \bar{v}_e \rangle_{Ox}}{\tau} \Rightarrow \quad (17)$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{t_c}{(1 - \langle \cos \theta \rangle)} \Rightarrow \tau \cong t_c \Rightarrow t_c = \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle} \quad (18)$$

Penultima expresie, respectiv aproximarea $\tau \cong t_c$, demonstrează faptul că în teoria clasică a conducției electrice, durată de relaxare τ are semnificația de durată medie între două ciocniri t_c , iar dacă se are în vedere că între parcursul liber mediu al electronilor $\langle l \rangle$, viteza lor termică medie $\langle v_T \rangle$ și timpul mediu între două ciocniri t_c , rezultă că timpul mediu între două ciocniri t_c este dependent de viteza de agitație termică, respectiv de temperatură T , iar aplicarea unui câmp electric, respectiv stabilirea vitezei de drift (de valoare mult mai mică decât viteza de agitație termică) modifică puțin durată medie între două ciocniri.

Calculul conductivității electrice se efectuează prin deducerea expresiei densității curentului electric de conducție $\bar{j}$, care este o mărime dependentă de sarcina electrică q_i a purtătorilor de sarcină, de concentrația lor de volum n_i și viteza de drift $\bar{v}_i$, iar expresia densității curentului electric J pentru cazul unui conductor de lungime l și secțiune constantă S se determină cu următoarea formulă:

$$J = \frac{I}{S} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{N \cdot q_0}{\Delta t} \cdot \frac{1}{S} = \frac{N \cdot q_0}{\Delta t} \cdot \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta l} \quad (19)$$

$$\text{Dar: } V = S \cdot \Delta l \quad \text{și} \quad n_0 = \frac{N}{V} \quad \Rightarrow \quad J = \frac{N}{V} \cdot q_0 \cdot v_d \quad \Rightarrow \quad (20)$$

$$\Rightarrow J = n_0 \cdot q_0 \cdot v_d \quad \Rightarrow \quad \bar{J} = -n_0 \cdot q_0 \cdot \bar{v}_d \quad \Rightarrow \quad \bar{J} = \frac{q_0^2 n_0 \tau}{m_0} \bar{E} \quad \Rightarrow \quad (21)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{J}{E} = \frac{q_0^2 n_0 \tau}{m_0} \quad \Rightarrow \quad \sigma = q_0 \cdot n_0 \cdot \mu_0 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \sum_i \frac{q_i^2 n_i \tau_i}{m_i} = \sum_i q_i n_i \mu_i \quad \Rightarrow \quad (22)$$

$$\Rightarrow v_d = \frac{J}{n_0 q_0} = \frac{10^7}{10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad (23)$$

$$\Rightarrow \langle l \rangle = \frac{m_0 \langle v_T \rangle \sigma}{q_0^2 n_0} = \frac{9,107 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5 \cdot 10^7}{1,602^2 \cdot 10^{-38} \cdot 5 \cdot 10^{28}} \approx 0,4 \cdot 10^{-8} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad (24)$$

$$\Rightarrow \tau \approx t_c = \frac{\langle l \rangle}{\langle v_T \rangle} = \frac{0,4 \cdot 10^{-8}}{10^5} = 4 \cdot 10^{-14} \text{ s.} \quad \Rightarrow \quad (25)$$

$$\Rightarrow \mu_0 = \frac{q_0 \tau}{m_0} \approx \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-14}}{9,107 \cdot 10^{-31}} \approx 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 / (V_s) \quad \Rightarrow \quad (26)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{q_0^2 n_0 \langle l \rangle}{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}} \frac{1}{\sqrt{T}} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}}{q_0^2 n_0 \langle l \rangle} \sqrt{T} \quad (27)$$

unde: $\Delta q = Nq_0$ este cantitatea de sarcină electrică care este transportată de cei N electronii de conducție care străbat secțiunea transversală S în intervalul de timp Δt ; $V = S \cdot \Delta l$ reprezintă volumul conductorului; viteza de drift este viteza medie de deplasare a electronului de conducție care parcurge lungimea Δl în intervalul de timp Δt ; $n_0 = N/V$ reprezintă concentrația de volum a electronilor de conducție; σ reprezintă conductivitatea electrică; μ_0 este mobilitatea electronului; q_0 este sarcina electronului; m_0 este masa electronului; n_0 este concentrația de volum; τ reprezintă durată de relaxare; $\langle v_T \rangle$ reprezintă viteza medie de agitație termică a electronilor; $\langle l \rangle$ este parcursul liber mediu; ρ reprezintă rezistivitatea.

Densitatea curentului electric de conducție J depinde de concentrația lor de volum n_0 , sarcina electrică q_0 a electronului și de viteza de drift v_d a acestora, iar vectorul densitate de curent are sensul invers sensului vitezei de drift. Existența unor benzi permise complet ocupate, urmate de o bandă complet neocupată este caracteristică izolanților și semiconductorilor, iar ultima bandă complet ocupată se numește bandă de valență BV iar banda imediat următoare neocupată se numește bandă de conducție BC, banda interzisă existentă între BV și BC definind intervalul interzis *Fermi*, iar deosebirea între diferite tipuri de cristale fiind dată de diferența de lărgime a benzii interzise *Fermi*, astfel că la semiconductoare, banda interzisă *Fermi* are lărgime mult mai mică decât în cazul cristalelor izolante electric, ceea ce face posibilă excitarea termică a electronilor în semiconductor din BV în BC. De asemenea, fracțiunea de subniveleuri hiperfine (s,p,d...) ocupate depinde de tipul nivelului din care provine banda și de valența atomilor constituenți.

Conform *principiului Pauli*, fiecărui nivel orbital dintr-un atom izolat îi corespunde câte

o bandă energetică permisă în cristal, ale cărei subniveluri sunt ocupate cu electroni (pe un nivel orbital se pot afla maxim 2 electroni) și cu respectarea regulii lui *Hund* (întotdeauna se ocupă nivelurile de cea mai joasă energie) și se obține astfel o bandă complet ocupată (banda 1s) și o bandă parțial ocupată (banda 2s), urmate de benzi libere de electroni (neocupate). Totdată, la apropierea celor doi atomi apare degenerescența nivelurilor (deoarece nu pot exista mai mult de doi electroni pe un nivel orbital), astfel că nivelului 1s din cazul atomului liber îi corespund două subniveluri 1s, iar nivelului 2s îi corespund două subniveluri 2s și distanța energetică dintre subnivelurile care provin din același nivel este foarte mică în comparație cu distanța între nivelurile 1s și 2s, respectiv între nivelurile 2s și 2p.

O consecință a *principiului Pauli* este reprezentată de faptul că electronii dintr-o bandă complet ocupată cu electroni nu contribuie la producerea curentului electric de conducție, banda fiind complet ocupată, electronii situați în această bandă neputând fi accelerați (adică nu pot trece pe niveluri superioare) și numai electronii care se află în benzi incomplet ocupate participă la producerea curentului electric, astfel că un câmp electric de intensitate relativ mică va putea determina accelerarea electronilor și acumulând energie, electronii vor putea ocupa nivelurile superioare neocupate din banda incomplet ocupată cu electroni, iar pe cale de consecință, fenomenul de conducție electrică în diferitele categorii de cristale se justifică cuantic prin structura diferită a benzilor energetice în aceste cristale, iar la metale, acolo unde nivelul *Fermi* se află într-o bandă permisă, nu este necesară o energie suplimentară de activare întrucât un surplus oricât de mic de energie electrică poate conduce la accelerarea electronilor și deci la apariția deplasării ordonate a electronilor, adică a curentului electric de conducție, iar în cazul cristalelor semiconductoare și a celor izolante, unde nivelul *Fermi* se află într-o bandă interzisă, la temperaturi normale, energia ΔW_e primită de electroni de la câmpul electric este relativ mică comparativ cu lărgimea benzii interzise *Fermi* și cu energia de excitare termică, astfel că $\Delta W_e \ll \Delta W_i$ și $\Delta W_e \ll k \cdot T$, adică numai la temperaturi mari (sau în câmpuri electrice puternice), electronii putând fi excitați, efectuând salturi și trecând în banda de conducție, formându-se astfel benzi incomplet ocupate, în care electronii pot fi accelerați.

Conform teoriei cuantice, calculul conductivității electrice se efectuează prin determinarea spectrului benzilor energetice într-un cristal și modul de ocupare cu electroni a nivelurilor energetice, considerând cazul particular al unui cristal unidimensional, unielectronic, în care potențialul periodic al rețelei cristaline este $U(x)$ și atunci, pe cale de consecință, expresia ecuației *Schrödinger* pentru starea staționară a unui electron cunoaște forma următoare:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} - U(x)\psi = W\psi, \quad (28)$$

unde: ψ este funcția de undă, m_0 este masa de repaus a electronilor, $\hbar = h/2\pi$; h reprezintă constanta *Planck*.

Soluțiile ecuației se aleg pe cale intuitivă, considerând mișcarea electronului în rețeaua cristalină unidimensională de forma unei unde plane, descrisă de termenul e^{jkx} , iar în ipoteza că propagarea undei, neperturbată de potențialul selfconsistent, are loc în cele două sensuri, respectiv în sens direct, după care se aplică și câmpul electric, pentru unda progresivă și în sens opus pentru unda reflectată, atunci reflexia are loc când diferența de drum optic între undele difuzate pe atomii succesivi este $2a$, adică atunci când undele sunt în fază, respecti în funcție de expresia următoare:

$$2a = n \cdot \lambda \quad (29)$$

unde: $n=1,2,\dots$; λ reprezintă lungimea undei asociate.

De reținut este faptul că ultima ecuație reprezintă expresia condiției de ciclicitate, în care λ este lungimea undei asociate și a reprezintă constanta rețelei unidimensionale, iar în calcule se utilizează inversul $k=\pm\pi/a$; $\pm 2\pi/a\dots$ al undei asociate, denumit numărul de undă și determinat cu următoarea expresie:

$$\lambda=2\pi/k \quad (30)$$

4. Explicitarea dependenței energiei medii a electronului de vectorul (numărul) de undă

Starea electronului este reprezentată printr-o undă plană progresivă, cu excepția valorilor numărului de undă $k=\pm\pi/a$ și pentru $k=\pm 2\pi/a\dots$, cărora le corespund unde staționare, iar calculul energiei medii a electronului în cristal se poate face diferențiat, pentru cele două cazuri, astfel că:

$$\text{Dacă: } k \neq n \frac{\pi}{a} \Rightarrow \psi = A \cdot e^{-jkx}, 1 = \int_0^{Na} |\psi_x|^2 dx = |A|^2 \cdot Na, A = \frac{1}{\sqrt{Na}} \Rightarrow \quad (31)$$

$$\Rightarrow \langle W_k \rangle_0 = \int_0^{Na} W_{\psi\psi} * dx = \int_0^{Na} \left[\frac{\hbar^2 \cdot d_{\psi}^2}{2m \cdot dx^2} + U_0 \psi \right] \cdot \psi * dx = \frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot k^2 + U_0 \quad (32)$$

$$\text{Dacă: } k = n \frac{\pi}{a} \Rightarrow \begin{cases} \psi_+ = A \cos kx \\ \psi_- = A \sin kx \end{cases} 1 = \int_0^{Na} |\psi|^2 dx = |A|^2 \cdot \frac{Na}{2}, A = \sqrt{\frac{2}{Na}}, \Rightarrow \quad (33)$$

$$\Rightarrow \langle W_k \rangle_+ = \frac{\hbar^2}{2m_0} k^2 + U_0 + \frac{1}{2} U_n \quad \text{și} \quad \langle W_k \rangle_- = \frac{\hbar^2}{2m_0} k^2 + U_0 - \frac{1}{2} U_n \quad (34)$$

unde: $\langle W_k \rangle_0$ reprezintă energia medie a electronului; U_n reprezintă armonica de ordin n a potențialului periodic al rețelei.

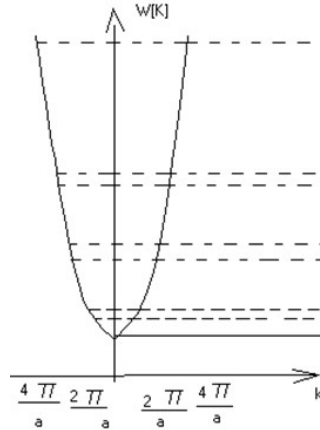


Fig. 9.4. Diagrama dependenței energiei medii a electronului de vectorul (numărul) de undă k .

Diagrama precedentă reprezintă variația energiei electronului liber, care este de formă parabolică și corespunde cu aproximație, energiei electronului (cvasiliber) aflat sub influența

câmpului selfconsistent, cu excepția punctelor critice în care energia $\langle W_k \rangle_0$ are două valori posibile, care diferă cu parametrul $\pm (1/2) \cdot U_n$.

Considerând valorile posibile și valorile interzise pentru energia electronilor, se poate determina astfel structura energetică a sistemului de electroni din cristalul unidimensional și se obțin valori (benzi) permise, care alternează cu valori (benzi) interzise ale energiei sistemului de electroni. Totodată, fiecărui nivel orbital îi corespund două stări orbitale caracterizate de numerele de undă $+k$ și $-k$, având probabilități egale de realizare, iar un nivel complet ocupat conține 2 electroni care au cele 2 stări ($\pm k$) și deci impulsurile și vitezele egale dar de sens contrar. De asemenea, în absența câmpului electric exterior toate nivelurile $W < W_F$ vor fi ocupate cu perechi de electroni care vor avea viteze egale și de sens contrar și astfel, contribuția lor la formarea vitezei de drift este nulă, iar la aplicarea din exterior a unui câmp electric apare o modificare a impulsului care se determină cu următoarea expresie:

$$\overline{F}_{ext} = \frac{d\overline{p}}{dt} = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{d\overline{k}}{dt} = \hbar \cdot \frac{d\overline{k}}{dt}, \quad \Rightarrow \quad v^* = v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d^2W}{dk^2}, \quad \Rightarrow \quad (35)$$

$$\Rightarrow \quad W = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f = \hbar \omega \quad \Rightarrow \quad a^* = v^{*'} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{d^2W}{dk^2} \cdot F_{ext}, \quad \Rightarrow \quad (36)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{m_0^\square} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2W}{dk^2} \quad \Rightarrow \quad \varphi(W) = \varphi_0(W) - \tau \cdot \overline{F}_{ext} \cdot \overline{v} \cdot \frac{\partial \varphi_0(W)}{\partial W} \quad \Rightarrow \quad (37)$$

$$\Rightarrow \quad \overline{F}_{ext} = -q_0 \overline{E}_x \quad \text{și} \quad \overline{v} = \overline{v}_x \quad \Rightarrow \quad \varphi(W) = \varphi_0 - q_0 \tau \cdot \overline{v}_x \cdot \overline{E}_x \cdot \frac{\partial \varphi_0}{\partial W} \quad (38)$$

unde: penultima și antepenultima expresie, sunt valabile doar în eventualitatea în care forța exterioară este de natură electrică; energia $\langle W_k \rangle_0$ are două valori posibile; $\overline{F}_{ext}$ reprezintă expresia impulsului, care suferă modificări la aplicarea din exterior a unui câmp electric; v^* este viteza electronului care reprezintă viteza de grup; W este energia electronului; a^* este accelerația electronului; $m_0^\square$ este masa efectivă a electronului.

Deoarece în conformitate cu teoria benzilor energetice, electronul este considerat particulă cvasiliberă atunci, pentru a ține cont de interacțiunea cu rețeaua cristalină, mărimile caracteristice de notează cu * (stelat). De reținut este faptul că sub acțiunea câmpului electric exterior, funcția de repartiție a electronilor pe nivelurile energetice $\varphi(W)$ se modifica față de funcția de distribuție $\varphi_0(W)$ pentru cazul $\overline{E} = 0$, iar masa efectivă $m_0^\square$, viteza v^* și accelerația a^* depind de starea energetică a electronului. Totodată, φ_0 reprezintă funcția *Fermi - Dirac* la echilibrul termodinamic, unde τ este durata de relaxare a electronului iar derivata $\partial \varphi_0 / \partial W$ reprezintă derivata funcției *Fermi - Dirac*, aproximată pentru $T=0$ K cu funcția *Dirac*. Atunci când $\varphi > \varphi_0$, pentru cazul când viteza $\overline{v}_x$ este antiparalelă cu vectorul intensitate a câmpului electric $\overline{E}_x$ (deoarece $\partial \varphi_0 / \partial W < 0$), deci când electronii se deplasează în sens invers câmpului aplicat, iar pentru cazul când vectorul vitezei $\overline{v}_x$ este homoparalel cu vectorul intensitate a câmpului electric $\overline{E}_x$, se obține $\varphi < \varphi_0$ și în concluzie, la aplicarea unui câmp electric, un număr mai mare de electroni se deplasează în sens invers câmpului electric aplicat decât în sensul câmpului electric, ceea ce corespunde modelului benzilor energetice, cu existența unei nesimetrii în ocuparea subnivelurilor din banda energetică incomplet ocupată (acești electroni

putând fi totuși accelerați și astfel, datorită asimetriei funcției de distribuție a electronilor, la un moment dat nu-i mai corespunde fiecărui electron caracterizat de vectorul de undă $(+\bar{k})$ un electron cu un vector de undă $(-\bar{k})$, iar prin mediere, rezultă o viteză de drift nenulă. Această stare corespunde cu efectul macroscopic de mișcare ordonată a electronilor, deci cu fenomenul de producere a curentului electric de conducție, iar pentru calculul conductivității electrice se consideră că se aplică cristalului un câmp electric exterior $\bar{E} = \bar{E}_x$ și atunci, densitatea elementară de curent electric dJ_x creată prin convecția cu viteza v_x , (care este cuprinsă între valorile v_x și $v_x + dv_x$) a unui număr dn_0 de electroni pe unitatea de volum de cristal, se determină cu următoarea expresie:

$$dJ_x = -q_0 \cdot v_x \cdot dn_0 \Rightarrow dn_0 = 2 \cdot \frac{dn_0}{dN_{\pi v}} \cdot \frac{dN_{\pi v}}{dW} \cdot dW = 2 \cdot \varphi(W) \cdot g(W) \cdot dW \Rightarrow \quad (39)$$

$$\Rightarrow g(W) = \frac{dN_{\pi v}}{dW} = \frac{(2m_0^{\square})}{4\pi^2 \hbar^3} \cdot W^{1/2} \Rightarrow \quad (40)$$

$$\Rightarrow J_x = -q_0 \cdot \frac{2(2m_0^{\square})^{3/2}}{4\pi^2 \hbar^3} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} v_x^{\square} \cdot \varphi_0(W) \cdot W^{1/2} \cdot dW + q_0 E \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} v_x^{\square 2} \cdot \tau \cdot W^{1/2} \cdot \frac{\partial \varphi_0}{\partial W} \cdot dW \right] \Rightarrow \quad (41)$$

$$\Rightarrow W = \frac{m_0^{\square} v^{\square 2}}{2} = \frac{m_0^{\square} (v_x^{\square 2} + v_y^{\square 2} + v_z^{\square 2})}{2} = \frac{3}{2} \cdot m_0^{\square} \cdot v_r^2 \Rightarrow \quad (42)$$

$$\Rightarrow J_x = \frac{q_0^2 \cdot 2(2m_0^{\square})^{3/2} \cdot E}{4\pi^2 \hbar^3} \cdot \frac{2}{3m_0^{\square}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau \cdot W^{3/2} \cdot \left(-\frac{\partial \varphi_0}{\partial W} \right) \cdot dW \Rightarrow \quad (43)$$

$$\Rightarrow n_0 = 2 \cdot \int_0^{W_F} \varphi_0(W) \cdot g(W) \cdot dW = 2 \frac{(2m_0^{\square})^{3/2}}{4\pi^2 \hbar^3} \cdot \int_0^W W^{1/2} \cdot \varphi_0(W) \cdot dW \Rightarrow \quad (44)$$

$$\Rightarrow J_x = \frac{q_0^2 n_0}{m_0^{\square}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\int_0^{\infty} \tau \cdot W^{3/2} \cdot \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial W} \right) \cdot dW}{\int_0^{W_F} W^{1/2} \cdot \varphi_0(W) \cdot dW} \cdot E \Rightarrow \quad (45)$$

$$\Rightarrow \langle \tau(W) \rangle = \frac{2}{3} \cdot \frac{\int_0^{\infty} \tau \cdot W^{3/2} \cdot \left(-\frac{\partial \varphi_0}{\partial W} \right) \cdot dW}{\int_0^{W_F} W^{1/2} \cdot \varphi_0(W) \cdot dW}, \Rightarrow \quad (46)$$

$$\Rightarrow \sigma^{\square} = \frac{q_0^2 \cdot n_0 \cdot \langle \tau(W) \rangle}{m_0^{\square}} = q_0 \cdot n_0 \cdot \mu_0^{\square}, \Rightarrow \mu_0^{\square} = \frac{q_0 \cdot \langle \tau(W) \rangle}{m_0^{\square}}, \Rightarrow \quad (47)$$

$$\Rightarrow \tau(W) = a \cdot W^b, \Rightarrow \sigma^{\square} = \frac{q_0^2 \cdot n_0}{m_0^{\square}} = \frac{2a}{3} \cdot \frac{\int_0^{\infty} W^{b+3/2} \cdot \left(-\frac{\partial \varphi_0}{\partial W} \right) \cdot dW}{\int_0^{W_F} W^{1/2} \cdot \varphi_0(W) \cdot dW}, \quad (48)$$

unde: concentrația elementară de electroni de conducție se poate exprima în funcție de distribuție electronilor pe nivelurile energetice și de distribuția nivelurilor energetice cu energia

dn_0 ; $\varphi(W)$ reprezintă funcția de distribuție a electronilor pe nivelurile energetice; $g(W)$ reprezintă funcția de distribuție a nivelurilor energetice cu energia; J_x este densitatea totală a curentului electric de conducție în cristal, obținută prin integrare pentru toate valorile posibile ale vitezelor electronilor; W reprezintă energia electronului;

Deoarece modulul vitezei după cele trei direcții ortogonale în cristal nu se modifică, atunci prima integrală este nulă fiindcă integrantul este o funcție impară de viteza v_x^* și pe cale de consecință, cu expresia obținută pentru concentrația de volum medie a electronilor de conducție, se obține expresia densității curentului electric de conducție în cristalele unidimensionale, în care $\langle\tau(W)\rangle$ reprezintă durată medie de relaxare cuantică; $\sigma^\square$ este conductivitatea electrică cuantică; $\mu_0^\square$ reprezintă mobilitatea efectivă cuantică a electronului; a este un parametru independent de energia electronului, dar care poate depinde de temperatură și câmpuri exterioare aplicate; b este un coeficient specific fiecărui mecanism.

Expresiile conductivității electrice și mobilității electronilor de conducție au aceeași formă ca și în teoriile clasice ale conducției electrice, iar pentru calculul cuantic al conductivității electrice $\sigma^\square$ și al mobilității $\mu_0^\square$ trebuie să se cunoască dependența de energie a duratei de relaxare $\tau(W)$, adică a mecanismelor de împrăștiere care sunt determinate de interacțiunile purtătorilor de sarcină cu impuritățile ionizante sau neutre, cu defectele de rețea și cu fononii rețelei cristaline (care definesc agitația termică). Conductivitatea electrică la metalele pure depinde cuantic de factori intrinseci precum natura și structura acestora, această dependență putându-se evalua prin aproximarea derivatei $(-\partial\varphi_0/\partial W)$ cu funcția *Dirac* și prin utilizarea proprietății acestei funcții. Pentru metalele pure conductivitatea electrică depinde de concentrația electronilor de conducție, de masa efectivă a acestora și de durată de relaxare la suprafața *Fermi*, iar în cazul compușilor intermetalici contează duratele de relaxare ale componentelor, constatându-se în același timp și faptul că rezistivitatea unui compus metalic este mai mare decât cea a elementelor componente, cu cât este mai pronunțat caracterul ionic sau covalent al legăturilor chimice, cu atât rezistivitatea fiind direct proporțională mai mare. În cazul compușilor intermetalici, valoarea coeficientului de temperatură al rezistivității este dependent de caracterul legăturii, astfel că dacă predomină caracterul metalic al legăturii, se obține $\alpha_p > 0$, iar dacă predomină caracterul ionic sau covalent al legăturii, rezultă că $\alpha_p < 0$.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(W) \cdot \delta(W - W_F) \cdot dW = f(W_F) \quad \Rightarrow \quad (49)$$

$$\Rightarrow \quad \sigma^\square = \frac{q_0^2 \cdot n_0}{m_0^\square} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{\int_0^\infty W^{b+3/2} \cdot \delta(W - W_F) \cdot dW}{\int_0^{W_F} W^{1/2} \cdot dW} = \frac{q_0^2 n_0}{m_0^\square} \cdot a \cdot W_F^b = \frac{q_0^2 \cdot n_0 \cdot \tau(W_F)}{m_0^\square}, \quad \Rightarrow \quad (50)$$

$$\Rightarrow \quad \tau(W_F) = a W_F^b \quad \Rightarrow \quad \rho^\square = \sum \frac{m_0^\square}{q_0^2 n_i} \cdot \frac{1}{\tau_i} \quad \rho = \rho_1^{c_1} \cdot \rho_2^{c_2}, \quad (51)$$

unde: W_F reprezintă energia *Fermi*; α_p reprezintă coeficientul de temperatură al rezistivității este dependent de caracterul legăturii de valență; $\rho^\square$ reprezintă rezistivitatea amestecului care se poate calcula simplu, prin adăugarea termenilor care contribuie la realizarea compusului; $\rho_{1,2}$ reprezintă rezistivitățile celor două faze, având concentrațiile de volum $c_{1,2}$.

În conformitate cu principiile teoriei cuantice, se poate explicita dependența conductivității electrice de natura și structura metalelor pure, astfel că evaluarea este posibilă prin intermediul aproximării derivatei cu funcția *Dirac* și utilizând în același timp proprietatea acesteia. Deoarece concentrația de volum n_0 a electronilor de conducție în metale este constantă

indiferent de temperatură, rezultă că dependența de temperatură este dată numai de variația duratei medii de relaxare pe nivelul *Fermi*, iar expresia duratei de relaxare medii pentru metale se determină cu expresia următoare:

$$\langle \tau(W) \rangle = \frac{2a}{3} \cdot \frac{\int_0^\infty W^{b+3/2} \cdot \delta(W - W_F) \cdot dW}{\int_0^{W_F} W^{1/2} \cdot dW}, \quad (52)$$

$$\text{Dacă: } (T \gg T_D) \Rightarrow a \approx T_D^2 / T, \Rightarrow \sigma^\square = \frac{\text{const.}}{T}, \quad (53)$$

$$\text{Iar dacă: } (T \ll T_D) \Rightarrow a \approx T_D^6 / T^5, \Rightarrow \sigma^\square = \frac{\text{const.}}{T^5}, \quad (54)$$

De reținut este faptul că numai parametrul a depinde de temperatură și astfel, mecanismele de împrăștiere datorate vibrațiilor termice ale rețelei cristaline constând în ciocniri cu fononii rețelei, conduc la dependențe specifice ale parametrului a cu temperatura. Totodată, temperatura *Debye* T_D reprezintă parametrul specific fiecărui cristal metalic care corespunde energiei maxime de vibrație termică ($\hbar\omega_{\max} = kT_D$) pentru care rețeaua cristalină își păstrează forma și astfel, odată cu creșterea temperaturii, rezistivitatea metalelor crește cu temperatura la puterea întâi în domeniul temperaturilor normale și mari și respectiv cu temperatura la puterea a cincia, în domeniul temperaturilor scăzute. De asemenea, pentru majoritatea metalelor de mare conductivitate precum Ag, Cu și Au), temperatura *Debye* T_D nu diferă foarte mult de 0°C (273 K) și pentru aceste metale se admite valabilă formula următoare pentru determinarea rezistivității electrice:

$$\alpha_\rho = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{\rho_\theta - \rho_0}{\rho_0} = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \quad (55)$$

$$\text{și dacă: } T = \text{const} \Rightarrow \rho(T) = \rho_{T_0} \cdot (1 + \alpha_\rho \Delta T). \Rightarrow \quad (56)$$

$$\Rightarrow \rho = \rho_0 (1 + a\theta + b\theta^2 + c\theta^3 + \dots). \Rightarrow \alpha_{\rho\theta} = \frac{1}{\rho_\theta} \cdot \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta\rho}{\Delta\theta} = \frac{1}{\rho_\theta} \cdot \frac{d\rho}{d\theta}, \quad (57)$$

Expresia care definește rezistivitatea electrică dă valoarea medie a coeficientului de temperatură al rezistivității electrice în intervalul $(\theta \div \theta)^\circ\text{C}$, sau valoarea coeficientului real în cazul în care dependența liniară cu temperatura termodinamică T este respectată:

$$\rho(T) = \rho_{T_0} \cdot (1 + \alpha_\rho \Delta T). \quad (58)$$

De reținut mai este și faptul că la metalele pure, respectiv cristale ideale) coeficienții de variație a rezistivității cu temperatura au valori de ordinul α_ρ denumit coeficient efectiv de variație a rezistivității cu temperatura.

$$\text{unde: } \alpha_\rho \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}. \quad (59)$$

La evaluarea conductivității electrice, în expresia duratei de relaxare trebuie luate în considerare, pe lângă mecanismul de împrăștiere determinat de vibrațiile termice ale rețelei cristaline și mecanisme precum împrăștierea termică, care este de natură să conducă la apariția rezistivității electrice care, la temperatura de 0° K face posibilă ca rezistivitatea electrică a metalelor să fie nulă, în fapt dovedindu-se experimental că la temperaturi joase, cristalele metalice de mare puritate au rezistivitatea de valoare foarte mică, iar în cazul metalelor și a aliajelor de puritate tehnică, s-a constatat că rezistivitatea acestora are o valoare net diferită de zero, denumită rezistivitate reziduală ρ_{rez} , iar rezistivitatea reziduală ρ_{rez} este determinată de împrăștierea electronilor de conducție pe impuritățile ionizate și pe impuritățile neutre, de concentrații N_i , respectiv N_n , caracterizate prin durata corespunzătoare de relaxare τ_{imp} , rezultând faptul că rezistivitatea electrică depinde de concentrația de impurități și de temperatură. Contribuția vacanțelor și a ionilor interstițiali la creșterea rezistivității electrice este legată de modificarea distribuției câmpului periodic creat de ionii rețelei cristaline, modificare care afectează dinamica electronilor de conducție, iar densitatea defectelor punctuale cunoaște o evoluție direct proporțională cu creșterea temperaturii, consecința directă constând în existența unei abateri de la dependența liniară de temperatură a rezistivității pentru $T > T_D$, care este cu atât mai mare cu cât temperatura este mai mare și această abatere urmează aceeași lege de variație precum creșterea concentrației defectelor punctuale cu temperatura.

$$\rho_{imp}^{\square} = \frac{1}{\sigma_{imp}^{\square}} = \frac{m_0^{\square}}{q_0^2 n_0} \cdot \frac{1}{\langle \tau_{imp} \rangle} = const \cdot (N_i + N_n), \quad \Rightarrow \quad (60)$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_0^{\square}}{q_0^2 n_0} \cdot \frac{1}{\langle \tau \rangle} = \frac{m_0^{\square}}{q_0^2 n_0} \cdot \left(\frac{1}{\langle \tau_{imp} \rangle} + \frac{1}{\langle \tau_T \rangle} \right), \quad \Rightarrow \quad (61)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta \rho = \rho_{def} \exp \left[\frac{\Delta W_a}{KT} \right], \quad (62)$$

unde: $\Delta \rho$ reprezintă creșterea de rezistivitate cu temperatura față de rezistivitatea ρ_{def} corespunzătoare unei concentrații de defecte de 1%, iar ΔW_a este energia de activare a unui defect.

Deformările plastice care au loc în timpul prelucrării metalelor și aliajelor sau în funcționare influențează rezistivitatea, prin termenul ρ_{def} , deoarece prin deformare plastică crește numărul defectelor liniare și de suprafață, provocând perturbarea spectrului energetic al rețelei cristaline, iar vibrațiile rețelei și defectele punctuale produc modificarea izotropă a rezistivității electrice, pe când dislocațiile conferă un caracter anizotrop rezistivității. Rezistivitatea metalelor este influențată și de presiune prin modificarea distanțelor dintre atomi și a densității gazului electronic, iar pentru presiuni $p < 12 \cdot 10^8$ [N/m²], expresia funcției de dependență $\rho = f(p)$ cunoaște următoarea formă:

$$\rho_p = \rho_0 (1 + \alpha_p \cdot p) \quad \Rightarrow \quad \rho_{\sigma m} = \rho_0 (1 + \alpha_{\sigma m} \cdot \sigma_m), \quad (63)$$

unde: $\rho_{\sigma m}$ reprezintă rezistivitatea în prezența unei tensiuni mecanice σ_m ; ρ_0 este rezistivitatea în absența tensiunilor iar $\alpha_{\sigma m}$ este coeficientul de variație cu solicitarea mecanică al rezistivității și care depinde de gradul de puritate a cristalului.

Conform legii *Matthiessen*, în cazul general al metalului cu impurități și defecte și aflat

la o temperatură diferită de zero absolut, inversul duratei de relaxare cuprinde trei componente, respectiv:

$$\frac{1}{\langle \tau_{tot} \rangle} = \frac{1}{\langle \tau_{imp} \rangle} + \frac{1}{\langle \tau_{def} \rangle} + \frac{1}{\langle \tau_T \rangle}, \quad \Rightarrow \quad (64)$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_0^2}{q_0^2 n_0} \cdot \frac{1}{\langle \tau_{tot} \rangle} = \frac{m_0^2}{q_0^2 n_0} \cdot \left[\frac{1}{\langle \tau_{imp} \rangle} + \frac{1}{\langle \tau_{def} \rangle} + \frac{1}{\langle \tau_T \rangle} \right] \quad \Rightarrow \quad (65)$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \rho_{imp} + \rho_{def} + \rho_T \quad \Rightarrow \quad H_c = H_{co} \left[1 - \left(\frac{T_c}{T_{co}} \right)^2 \right] \quad (66)$$

unde: unde mărimea H_{co} reprezintă intensitatea câmpului magnetic critic la temperatura $T=0$ K, iar T_{ca} este temperatura critică la $H=0$; $\langle \tau_{tot} \rangle$ reprezintă durata totală de relaxare; $\langle \tau_{imp} \rangle$ este timpul de relaxare rezultat din ciocnirile cu atomii de impuritate; $\langle \tau_{def} \rangle$ este timpul de relaxare determinat de ciocnirile cu defectele de rețea descrise de vacanțe, interstiții, dislocații, limite de grăunți, tensionări ale rețelei; $\langle \tau_T \rangle$ reprezintă durata de relaxare datorată oscilațiilor termice ale rețelei, iar pe cale de consecință, rezistivitatea metalului va avea trei componente determinată de ultima expresie a rezistivității electrice totale, care este definită de legea *Matthiessen*.

Rezistivitatea electrică a metalelor trebuie să scadă continuu cu temperatura, atingând la temperatura $T=0$ K valoarea rezistivității electrice reziduale ρ_{rez} , iar dacă nu există impurități să scadă la zero, iar starea materialelor caracterizată prin lipsa totală a rezistenței electrice la trecerea curentului electric se numește stare de supraconducție electrică. Intervalul de temperaturi ΔT în care are loc scăderea la zero a rezistivității electrice a majorității metalelor este foarte mic și se micșorează și mai mult concomitent cu creșterea gradului de omogenitate a materialului, astfel că temperatura la care are loc trecerea în stare supraconductoare este denumită temperatură critică de supraconducție T_c , iar la trecerea din starea normală în starea de supraconducție nu se modifică structura rețelei cristaline, proprietățile mecanice și proprietățile optice, dar odată cu scăderea bruscă a rezistivității electrice, se produce un salt al conductivității termice și a căldurii specifice, modificându-se în același timp proprietățile magnetice ale metalului, iar un câmp magnetic constant, perpendicular pe direcția câmpului electric aplicat conductorului este de natură să influențeze starea de supraconducție. La creșterea intensității câmpului magnetic se ajunge la o valoare numită intensitate a câmpului magnetic critic H_c , care este dependentă de temperatura critică T_c , la care starea de supraconducție dispăre, metalul revenind la starea normală de conducție și astfel, dependența câmpului magnetic critic de temperatura critică, corespunde acelor valori ale câmpului magnetic și ale temperaturii, pentru care poate exista starea de supraconducție electrică, în afara acestui domeniu materialul comportându-se precum un conductor electric normal, existând totodată o densitate critică de curent electric peste care dispăre starea de supraconducție electrică, iar densitatea critica a curentului electric J_c pentru o bobină confecționată (asamblată) din diferite materiale supraconductoare în funcție de inducția câmpului magnetic B creat.

Efectul *Meissner* reprezintă o altă proprietate a stării de supraconducție electrică, constând în absența oricărui câmp magnetic în interiorul supraconductorilor masivi, unde în stare de supraconducție, respectiv atunci când $H > H_c$ și $T < T_c$, liniile câmpului magnetic sunt

respinse în afara volumului supraconductorului, astfel că un material aflat în stare de supraconducție electrică se comportă ca un material diamagnetic ideal, caracterizat prin susceptivitatea diamagnetică $\chi_m = -1$, astfel încât, starea supraconductoare reprezintă o stare diferită de starea de conducție electrică normală, fiind caracterizată printr-un grad mai mare de ordonare, adică printr-o entropie mai mică. Deoarece structura cristalină nu se modifică la trecerea materialului din starea normală în starea de supraconducție, rezultă că responsabil de modificarea proprietăților în starea de supraconducție este gazul electronilor de conducție, care trece într-o altă stare cuantică, iar intervalul de temperatură foarte îngust în care are loc tranziția de la starea normală la starea de supraconducție indică faptul că la temperatura critică apare o corelație puternică între toți electronii de conducție, care în stare normală se comportau relativ independent, cauza acestei corelări fiind constituită de interacțiunea dintre electroni. În conformitate cu principiile *Bardeen - Cooper - Schrieffer* ale teoriei microscopice, la temperaturi situate sub valoarea temperaturii critice, oscilațiile rețelei cristaline sunt relativ mici, astfel că influența mișcării electronului asupra rețelei este mai pronunțată, iar prin intermediul rețelei cristaline este posibilă o interacțiune de tip atractiv între doi electroni care formează astfel o stare specifică legată denumită pereche *Cooper*, care apare numai atunci când energia de atracție dintre doi electroni de conducție este mai mare decât energia de respingere *Coulombiană* dintre ei. În acest fel, energia de atracție dintre electroni se stabilește prin intermediul rețelei cristaline, iar lungimea de coerență $\xi \cdot 10^{-5} \div 10^{-6}$ [m] reprezintă distanța la care se exercită forța de atracție dintre electronii perechii *Cooper* față de distanța parcursului liber mijlociu al electronului de conducție. La temperaturi mai mici decât temperatura critică T_c , un electron de conducție atrage ionii rețelei cristaline din apropiere, care oscilează sincron, iar rețeaua se deformează și concentrația de volum a sarcinii pozitive în acea zonă va cunoaște o evoluție crescătoare. În continuare, un al doilea electron de conducție este atras în zona unde se află primul electron și astfel, cei doi electroni sunt legați prin intermediul rețelei cristaline, formând o pereche *Cooper*.

În conformitate cu principiul lui Pauli, stările energetice cu spini antiparaleli sunt mai stabile decât cele cu spini paraleli și rezultă astfel că la formarea perechilor de electroni legați, participă electronii cu impulsuri egale și opuse și cu spini antiparaleli, iar perechea *Cooper* are astfel spinul nul (egal cu zero) și pe cale de consecință, nu se mai supune statisticii *Fermi - Dirac*, ci statisticii *Bose - Einstein*, iar conform acestei statistici, numărul de particule care se găsesc într-o stare cuantică dată este nelimitat și ca urmare, la temperaturi $T < T_c$, majoritatea perechilor *Cooper* se găsesc în starea fundamentală de impuls total nul, iar spectrul energetic al electronilor de conducție normală și al electronilor grupați în perechi *Cooper* diferă, consecința directă constând în faptul că electronii aflați în conducție normală se dispun pe nivelurile energetice după o distribuție de tip *Fermi - Dirac*, într-o stare de supraconducție, iar existența perechilor *Cooper* modifică spectrul energetic deoarece perechile *Cooper* au energia mai mică decât cea a electronilor individuali și se obține astfel o condensare a stărilor energetice care modifică structura benzilor energetice față de starea de conducție normală, în care nivelul *Fermi* se afla într-o zonă permisă, la supraconductori, nivelul *Fermi* se află la mijlocul unei benzi interzise de lărgime ΔW_{SC} . Prezența benzii interzise ΔW_{SC} justifică existența temperaturii critice, astfel că la $T = 0^0$ K sunt ocupate stările de energie $W < (W_F - \Delta W_{SC}/2)$, iar pentru ca un electron să treacă din starea supraconductoare în stare normală, este necesar să se consume o energie cel puțin egală cu ΔW_{SC} , precum, iar la creșterea temperaturii, valoarea energiei ΔW_{SC} scade. Se reține și că există o temperatură critică la care $\Delta W_{SC} = 0$, pentru care starea de supraconducție dispare, iar modul cum se stabilește curentul electric într-un supraconductor se poate explica pornind de la particularitățile pe care le prezintă perechile *Cooper*, astfel că la aplicarea unui câmp electric exterior, cei doi electroni ai perechii *Cooper*, de impulsuri $\pm \bar{p}$

primesc un impuls suplimentar $\Delta \bar{p}$ și astfel, impulsul total se determină cu următoarea expresie:

$$(\bar{p} + \Delta \bar{p}) + (-\bar{p} + \Delta \bar{p}) = 2\Delta \bar{p} \quad (67)$$

Expresia precedentă are valoare nenulă (nu mai are valoarea zero) și astfel perechea *Cooper* se deplasează în spațiu împreună cu tot colectivul de perechi, determinând un curent electric macroscopic, iar dacă intensitatea câmpului electric exterior nu are o valoare suficient de mare, intensitatea curentului electric nu va depăși valoarea critică și curentul electric devine stabil și staționar. Absența rezistenței electrice la supraconductori se explică prin lipsa proceselor de împrăștiere a perechilor *Cooper* pe fononii rețelei cristaline, iar în cazul conductoarelor normale, rezistența electrică apărând ca urmare a împrăștiilor electronilor de conducție, datorită oscilațiilor rețelei cristaline, un astfel de proces presupunând ruperea perechii *Cooper*, deoarece procesului de împrăștiere i se supune un singur electron, iar ruperea perechii necesită o energie $W > 2 \cdot \Delta W_{SC}$, care la temperaturi care ating valoarea $T < T_c$, nu poate fi furnizată printr-o împrăștiere individuală și pe cale de consecință, întregul colectiv de perechi *Cooper* aflate în interacțiune, se deplasează în supraconductor fără ca acesta să-i opună rezistență. La temperaturi $T > T_c$, joncțiunea se comportă ca o rezistență, iar caracteristica curent - tensiune fiind o dreaptă și temperaturile atingând pragul $T < T_c$, comportarea joncțiunii se schimbă, lungimea de coerență ξ fiind mai mare decât grosimea joncțiunii δ , până la o valoare I_c a curentului electric, care acesta traversează joncțiunea fără să apară o diferență de potențial, fiind cunoscut în literatura de specialitate sub titulatura de efect *Josephson* de curent continuu. Dacă se depășește valoarea I_c a intensității curentului electric, atunci apare brusc o diferență de potențial și conform efectului *Josephson*, intensitatea curentului care străbate joncțiunea depinde de unghiul φ de defazaj, iar dacă joncțiunea este alimentată cu o tensiune U continuă, atunci apare un curent i sinusoidal.

$$i = I_c \sin \varphi, \quad \Rightarrow \quad U = \frac{\hbar}{2q_0} \cdot \frac{d\varphi}{dt}, \quad \Rightarrow \quad i = I_c \sin \left(\frac{2q_0}{\hbar} \int_0^t U dt \right), \quad \Rightarrow \quad (68)$$

$$\Rightarrow \quad i = I_c \sin \omega_0 t, \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{2q_0}{h} \cdot U, \quad (69)$$

unde: φ reprezintă diferența de fază a funcțiilor de undă care descriu starea a doi supraconductori; $2 \cdot q_0/h = 483,6$ [MHz/μH] reprezintă expresia ecuației care definește efectul *Josephson* de curent alternativ.

Raportul dintre rezistența în curent alternativ și cea în curent continuu se exprimă prin factorul a/δ .

$$\frac{a}{\delta} = a \sqrt{\pi \sigma f \mu}, \quad (70)$$

unde: a reprezintă raza conductorului; δ este adâncimea de pătrundere a câmpului electromagnetic; f este frecvența curentului electric; σ reprezintă conductivitatea materialului; μ este permeabilitatea magnetică absolută a materialului.

Expresia precedentă subliniază influența conductivității electrice, a permeabilității magnetice și a frecvenței câmpului magnetic indus de curentul electric asupra adâncimii de pătrundere a câmpului magnetic în conductor, în care cu cât conductivitatea electrică este mai

mare (respectiv cu mai mică), cu atât adâncimea de pătrundere este mai mare, iar valorile rezistenței în curent alternativ fiind mai apropiate de cele în curent continuu. Puterea nominală de disipație este puterea maximă pe care o poate disipa rezistorul în condiții de mediu exterior date, la funcționare îndelungată, fără ca rezistența nominală să se modifice în afara prevederilor din norme sau standarde, iar puterea nominală depinde de dimensiunile rezistorului, de construcția și de materialele utilizate pentru elementul conductor și stratul de protecție și de condițiile în care el se răcește. Tensiunea nominală reprezintă tensiunea care poate fi aplicată la bornele rezistorului fără ca acesta să se distrugă, mărimea tensiunii nominale depinzând de proprietățile elementului rezistiv precum și de puterea sa nominală, iar tensiunea corespunzătoare puterii de disipație nominală P_n poate fi determinată cu următoarea expresie:

$$U_n = \sqrt{P_n R_n}, \quad (71)$$

unde: R_n este rezistența nominală a rezistorului.

Rezistența rezistorului în curent alternativ reprezintă valoarea rezistenței rezistorului măsurată în curent alternativ și diferă de valoarea măsurată în curent continuu, datorită prezenței capacității și a inductanței distribuite pe lungimea elementului rezistiv, a efectelor de suprafață și a pierderilor dielectrice în carcasa rezistorului și în straturile de protecție, astfel că rezistența totală a rezistorului în curent alternativ și în special la frecvențe înalte are caracter complex și variază direct proporțional modificarea frecvenței, rezistorul real comportându-se în acest caz în parte, ca o inductanță și în parte ca o capacitate. Totodată, tensiunea de zgomot reprezintă valoarea efectivă a tensiunii aleatoare care apare la bornele rezistorului parcurs de un curent continuu, apariția tensiunii de zgomot fiind datorată mișcării termice a electronilor, iar raportul dintre tensiunea de zgomot și tensiunea de curent continuu aplicată la bornele rezistorului definește factorul de zgomot exprimat în $[\mu V/V]$ sau în $[dB]$, iar rezistența rezistoarelor poate varia sub influența temperaturii, a umidității, a îmbătrânirii, a tensiunilor aplicate, precum și sub influența altor factori, iar sub influența temperaturii pot să apară variații reversibile sau nereversibile a rezistenței rezistorului. Variațiile reversibile se pun în evidență prin coeficientul de temperatură al rezistenței α_R , unde: R_t și R_0 sunt valorile rezistenței rezistorului la temperaturile T și T_0 . Unele tipuri de compoziții rezistive își modifică rezistența electrică sub acțiunea tensiunii aplicate. Această variație se apreciază prin coeficientul de tensiune K_U , a cărui valoare se determină cu expresia:

$$K_U = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_2 - R_1}{U_2 - U_1}, V^{-1}, \quad (72)$$

unde: R_1 și R_2 reprezintă valorile rezistențelor la tensiunile $U_1 = 0,1 U_n$ și $U_2 = U_n$.

5. Analiza și interpretarea fenomenelor de conducție la nivelul contactului alunecător între pantograful locomotivei și firul de contact

Mărimile care influențează siguranța în funcționare a rezistoarelor și a reostatelor sunt: densitatea de curent, suprafața de cedare a căldurii, temperatura admisibilă, constanta de timp și regimul de funcționare, iar alegerea optimă a acestor parametri determină utilizarea la fiabilitate maximă a ansamblului, în cazul unui element de rezistență cu secțiune circulară,

având diametrul d , acesta se determină cu expresia următoare:

$$d = \frac{4\alpha_{\Sigma} \cdot \Delta\theta_s}{\rho_a \Delta\theta_a J_a^2}, \quad (73)$$

unde: α_{Σ} reprezintă coeficientul de transmisivitate termică; $\Delta\theta_s$ este supratemperatura staționară; ρ_a reprezintă rezistivitatea la supratemperatura admisibilă θ_s ; $\Delta\theta_a$ reprezintă supratemperatura admisibilă a materialului; J_a este densitatea maximă de curent admisă.

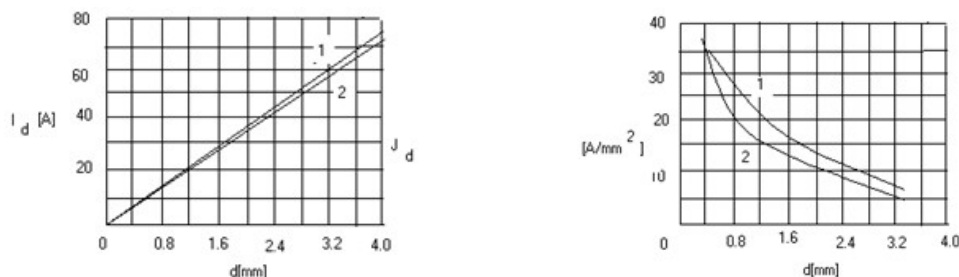


Fig. 9.5. Diagrama de variație a intensității curentului electric admisibil I_a și a densității de curent admisibilă J_a într-un element al unui conductor electric definit de un fir rezistiv având diametrul d .

La marginea cristalului, electronii gazului electronic pot părăsi cristalul dacă primesc o energie mai mare decât înălțimea gropii de potențial, iar lucrul mecanic, respectiv energia de extracție U_{ex} reprezintă energia necesară unui electron având energia W_F a nivelului *Fermi* pentru a fi scos la suprafața metalului, valoarea energiei de extracție U_{ex} determinându-se cu următoarea expresie:

$$U_{ex} = U_0 - W_F, \quad (74)$$

unde: U_0 reprezintă înălțimea gropii de potențial.

La extracția unui electron, în metal rămâne un exces de sarcină pozitivă $+q_0$ de natură să determine apariția unui câmp electric a cărui intensitate se calculează cu expresia:

$$E_g = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 (2x)^2}, \quad (75)$$

unde: $2 \cdot x$ reprezintă distanța dintre electronul aflat la depărtarea x față de suprafața metalului și excesul de sarcină pozitivă din metal.

Potențialul V_g creat de sarcina pozitivă în exces se determină astfel:

$$V_g = \frac{q_0}{16\pi\epsilon_0 x}, \quad \Rightarrow \quad V_e = E \cdot x, \quad \Rightarrow \quad V = \frac{q_0}{16\pi\epsilon_0 x} + E \cdot x, \quad (76)$$

De reținut mai este și faptul că fenomenul de extracție poate fi amplificat la aplicarea din exterior a unui câmp electric de intensitate E . Pentru distanțe $x < x_0$, electronul tinde să se întoarcă în metal, iar în cazul distanțelor $x > x_0$, electronul este îndepărtat la infinit. Dacă două metale caracterizate de lucrurile mecanice de extracție U_{ex1} și U_{ex2} sunt puse în contact direct pentru egalarea potențialelor chimice, deci pentru obținerea echilibrului termodinamic, atunci va avea loc un transfer de substanță, situație în care are loc un transfer de electroni, mai mulți dinspre metalul cu lucrul de extracție mai mic spre celălalt, iar prin surplusul de electroni apărut,

metalul cu lucru mecanic de extracție mai mare se va găsi la un potențial negativ, iar metalul cu lucru mecanic de extracție mai mic (rămas cu un deficit de electroni), va avea un potențial pozitiv și diferența de potențial de contact care apare se determină cu expresia:

$$V_{12} = V_2 - V_1 = \frac{1}{q_0}(U_{ex2} - U_{ex1}), \quad (79)$$

Conducția electrică la nivelul contactului alunecător între peria saniei pantografului și firul de contact, este însoțită de caracteristica generală a uzurii periilor din metal și grafit în funcție de presiunea de contact alunecător. Mărima Δh reprezintă grosimea stratului din perie care se uzează la funcționare nominală a periei pantografului colector, pentru diferite presiuni între perie și firul de contact.

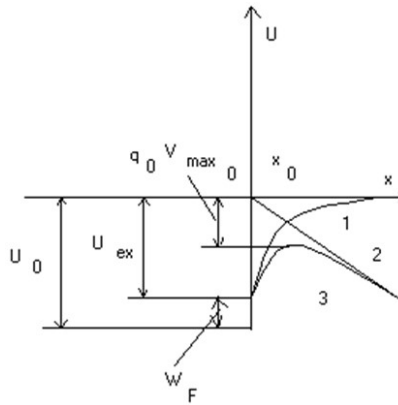


Fig. 9.6. Diagrama de variație a lucrului mecanic de extracție și influența câmpului electric.

De reținut este faptul că impunând condiția $\delta V/\delta x=0$, se obține pe distanța x_0 , valoarea maximă a potențialului astfel:

$$\text{Dacă: } x_0 = \sqrt{\frac{q_0}{16\pi\epsilon_0 E}}, \quad \Rightarrow \quad V_{\max} = q_0 \sqrt{\frac{q_0 E}{4\pi\epsilon_0}}, \quad (77)$$

Pe cale de consecință, în conformitate cu efectul *Schottky*, aplicarea câmpului electric exterior conduce la scăderea barierei de potențial precum și a valorii lucrului mecanic de extracție față de valoarea obținută în absența câmpului exterior, iar lucrul mecanic de extracție devine:

$$U_{ex} = U_0 - W_F - q_0 V_{\max} \quad (78)$$

Funcționarea la scurtcircuit a siguranțelor rapide și ultrarapide este condiționată de prezența în banda calibrată a unor zone ștrangulate în care densitatea de curent este mărită și inițiază arcul electric, care se stinge datorită acțiunii de ionizare a mediului. Astfel, considerând cazul simplificat al unui circuit electric constituit din două metale (A) și (B) diferite, având punctele de contact situate la temperaturile $T_1 \neq T_2$, atunci apare o tensiune termoelectromotoare U_{AB} , a cărei valoare depinde de temperaturile punctelor de joncțiune și de natura materialelor care formează circuitul, fenomenul fiind cunoscut în literatura de specialitate sub titulatura de efect *Seebeck* și pe cale de consecință, tensiunea termoelectrică dU_{AB} care apare la variația de temperatură dT a contactelor se determină cu expresia:

$$dU_{AB} = \alpha_{AB} \cdot dT, \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{AB} dT, \quad \Rightarrow \quad \bar{J} = \bar{\sigma} \cdot \left(\bar{E} - \frac{1}{q_0} \nabla_r \mu \right) + \frac{\bar{\beta}}{T} \nabla_r T, \quad \Rightarrow \quad (80)$$

$$\Rightarrow \quad \bar{E} = \frac{\bar{J}}{\bar{\sigma}} + \frac{1}{q_0} \nabla_r \mu - \frac{\bar{\beta}}{\bar{\sigma} \cdot T} \cdot \nabla_r T \quad \Rightarrow \quad \bar{E} = \frac{1}{q_0} \nabla_r \mu - \frac{\bar{\beta}}{\bar{\sigma} \cdot T} \cdot \nabla_r T, \quad \Rightarrow \quad (81)$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\bar{\beta}}{\bar{\sigma} \cdot T} \cdot \nabla_r T = \bar{E}_{iT} = \bar{E} - \frac{1}{q_0} \nabla_r \mu, \quad \Rightarrow \quad (82)$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_s = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\sigma} \cdot T} = \frac{E - \frac{1}{q_0} \nabla_r \mu}{\nabla_r T} = \frac{1}{q_0 T} \cdot \left(\frac{\langle \tau E \rangle}{\langle \tau \rangle} - \mu \right), \quad \Rightarrow \quad \alpha_s \cong \frac{\pi^3}{3} \cdot \frac{k^2 T}{q_0 \mu}, \quad \Rightarrow \quad (83)$$

$$\Rightarrow \quad U_{AB} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_A dT + \int_{T_2}^{T_1} \alpha_B dT = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_A - \alpha_B) dT = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{AB} dT, \quad \Rightarrow \quad (84)$$

$$\Rightarrow \quad dQ_{AB} = \pi_{AB} \cdot dq = \pi_{AB} \cdot I \cdot dt, \quad \Rightarrow \quad dQ_{BA} = \pi_{BA} \cdot I \cdot dt = -\pi_{AB} \cdot I \cdot dt, \quad \Rightarrow \quad (85)$$

unde: α_{AB} reprezintă coeficientul *Seebeck* de proporționalitate; $\bar{J}$ este densitatea curentului electric; $\bar{\alpha}$ și $\bar{\beta}$ sunt tensorii fundamentali de transport; $\nabla_r \mu$, reprezintă diferența de potențial chimic; $\nabla_r T$, este diferența de temperatură la producerea curentului electric; $\alpha_{AB} = \alpha_A - \alpha_B$.

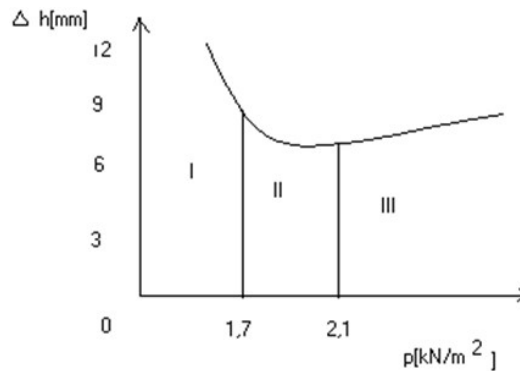


Fig. 9.7. Diagrama de variație a uzurii periei în funcție de presiunea specifică de contact alunecător.

Dacă temperatura variază de la T_1 la T_2 , atunci efectul *Seebeck* este determinat de diferența de potențial de contact care ia naștere la joncțiunea dintre cele două metale ca urmare a diferenței dintre potențialele chimice ale acestora, datorită diferenței de potențial de contact, apărând un câmp electric imprimat, care este dependent de natura metalelor și de temperatură, formând un circuit închis cu cele două metale, atunci când temperaturile contactelor sunt egale, în circuit curentul total fiind nul, deoarece cele două câmpuri electrice imprimate sunt de sens opus, respectiv de la potențialul chimic mai mare spre potențialul chimic mai mic, iar la creșterea temperaturii unuia din contacte ($T_2 > T_1$), potențialul chimic din acest contact crește,

modificându-se astfel și câmpul electric imprimat $E_{i2} > E_{i1}$, consecința directă constând în apariția unui curent electric. Dacă câmpul electric exterior este nul (adică $J=0$), atunci considerând că împrăștierile au loc pe fononii rețelei cristaline și se poate calcula tensiunea termoelectromotoare în cazul a două metale A și B în contact ale căror contacte se află la temperaturi diferite, iar fenomenul *Peltier* reprezintă absorbția sau degajarea de căldură în zona de contact a două metale la trecerea curentului electric prin zonă.

Căldura *Peltier* dQ_{AB} absorbită sau degajată depinde de sensul curentului și este proporțională cu sarcina electrică dq care trece prin contact, iar natura fizică a efectului *Peltier* rezultă dacă se consideră o joncțiune metal - semiconductor de tip n . Sub acțiunea unui curent electric de intensitate I , orientat de la metal la semiconductor, electronii din metal trec în semiconductor dar ei trebuie să învingă bariera de potențial având valoarea $W_c - \mu$ pentru a ajunge în nanda de conducție BC, scop în care aceștia absorb energie din rețeaua cristalină, răcind contactul, iar nivelul *Fermi*, care la metal coincide cu limita superioară a benzii de valență BV, este mai mic decât nivelul cel mai de jos din banda de conducție a semiconductorului W_c cu valoarea $W_c - W_F$, iar la schimbarea sensului curentului electric, electronii trec din semiconductor în metal cedând diferența de energie $W_c - W_F$, de natură să încălzească contactul, iar de menționat mai este și faptul că efectul *Seebeck* și efectul *Peltier* se produc și în lipsa contactelor, într-un material care este neomogen, iar coeficientul *Peltier* π se evaluează considerând cantitatea de căldură dezvoltată, astfel:

$$\Rightarrow \pi = -\alpha T = -\frac{1}{q_0} \cdot \left(\frac{\langle \tau W \rangle}{\langle \tau \rangle} - W_F \right), \quad \Rightarrow \pi_{AB} = \pi_A - \pi_B = (\alpha_A - \alpha_B) \cdot T, \quad \Rightarrow \quad (86)$$

unde: α_A și α_B sunt coeficienții *Seebeck* al celor două materiale A și respectiv B.

Efectul *Thomson* apare într-un material omogen în care există un gradient de temperatura ∇T și prin care trece un curent electric de densitate $\bar{J}$, astfel că în funcție de sensul curentului apare o absorbție sau o degajare de căldură. Acest efect se explică prin faptul că în zona caldă concentrația de electroni este mai mare, iar în zona rece mai mică acolo unde $n_1 > n_2$, ceea ce face posibilă apariția unui flux de electroni, iar în urma deplasării acestora, se opune câmpul electric intern stabilit $\bar{E}_i$. Dacă acest curent electric are sensul de la zona rece către zona caldă (deci în același sens cu $\bar{E}_i$), câmpul electric extern cheltuiește mai puțină energie pentru menținerea curentului deoarece o parte din energie este furnizată de câmpul $\bar{E}_i$, de la rețeaua cristalină și ca urmare materialul se răcește, iar în cazul când curentul este îndreptat de la zona caldă la cea rece, în sens invers câmpului $\bar{E}_i$, atunci câmpul extern trebuie să consume o energie mai mare pentru menținerea curentului electric, care are ca efect încălzirea conductorului.

Calculul căldurii *Thomson* se efectuează plecând de la ecuația de bilanț termic, considerând că termenul $\nabla(-\lambda \cdot \nabla T)$ este determinat de conductibilitatea termică λ și reprezintă căldura degajată pe unitatea de volum de material în unitatea de timp, iar termenul $\rho \cdot J^2$ reprezintă căldura prin efect electrocaloric și dQ_T este căldura *Thomson*, iar q_T reprezintă coeficientul *Thomson*. De asemenea, tensiunea termoelectrică care apare în circuitul unui termocuplu format din doi conductori omogeni este rezultatul acțiunii concomitente a efectelor *Seebeck*, *Thomson* și *Peltier*.

$$\nabla(-\lambda \nabla T) = \rho J^2 - T \frac{d\alpha}{dT} (\bar{J} \cdot \nabla T), \quad \Rightarrow \quad dQ_T = -T \frac{d\alpha}{dT} \cdot (\bar{J} \cdot \nabla T), \quad \Rightarrow \quad (87)$$

$$\Rightarrow \quad q_T = T \frac{d\alpha}{dT}, \quad \Rightarrow \quad q_T^A - q_T^B = T \frac{d}{dT} \cdot \left(\frac{\pi_{AB}}{T} \right), \quad (88)$$

Din cauza variației rezistenței firului de contact rezistiv l , valoarea inițială a rezistenței este:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}, \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}, \Rightarrow \quad (89)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon_l \Rightarrow \frac{\Delta S}{S} = -2\mu\varepsilon. \Rightarrow E_i = \rho_{ij} J_j \cdot (\delta_{ij} + \pi_{ijkl} T_{kl}), \Rightarrow \quad (90)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho} = \sum_k \pi_{jk} T_k, \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho} = \pi T = \pi \sigma = \pi E_y \frac{\Delta l}{l}, \Rightarrow \quad (91)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\mu + \pi E_y) \cdot \frac{\Delta l}{l}, \Rightarrow K = \frac{1}{\varepsilon_l} \cdot \frac{\Delta R}{R} = 1 + 2\mu \cdot \pi \cdot E_y, \Rightarrow \quad (92)$$

unde: ρ este rezistivitatea firului rezistiv; l reprezintă lungimea, S reprezintă aria secțiunii transversale a firului de contact în urma solicitării mecanice, dR/R reprezintă variația de rezistență a rezistorului; deformarea specifică $\varepsilon_l = \Delta l/l$ reprezintă alungirea relativă a firului de contact; μ reprezintă coeficientul *Poisson*, care exprimă variația relativă a ariei suprafeței secțiunii transversale a firului de contact; E_i reprezintă componenta intensității câmpului electric care determină expresia legii conducției electrice scrisă sub formă tensorială, care în cazul deformărilor mici ale unui cristal cubic; J_j este densitatea de curent după direcția j , ρ_{ij} reprezintă componenta ij a rezistivității electrice a firului de contact considerat; δ_{ij} reprezintă tensorul unitar *Kronecker*, π_{ij} este tensorul de ordinul patru, denumit tensorul de piezorezistivitate; T_{kl} reprezintă tensorul tensiunilor mecanice; $\Delta \rho/\rho$ este variația rezistivității pe direcția j , datorată solicitării mecanice în cazul solicitării monoaxiale a firului de contact rezistiv; E_y este modulul de elasticitate transversală *Young*; $\Delta R/R$ este variația relativă a rezistenței elementului activ al firului de contact dat; K reprezintă coeficientul de tensosensibilitate (al firului de contact) care depinde de natura materialului tensorezistiv prin coeficienții μ , π și E_y , precum și de modul de prelucrare termică și mecanică a acestuia.

Pentru stabilirea expresiei termosensibilității firului de contact, se consideră structura acestuia presupune confecționarea acestuia din două materiale sudate, având coeficienții $\alpha_1 \neq \alpha_2$, structură căreia i se aplică o variație de temperatură $\Delta \theta = \theta - \theta_0$ și atunci, în conformitate cu principiul *Villarceau*, variația inversului razei de curbură a termobimetalului într-un punct al structurii în funcție de temperatură, se determină cu următoarea expresie:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_0} (\theta - \theta_0) \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{d} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(E_{y1} d_1^2 - E_{y2} d_2^2)^2}{4E_{y1} E_{y2} d_1 d_2 d^2}}, \Rightarrow \quad (93)$$

$$\Rightarrow \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{d\theta} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{rd} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(E_{y1} d_1^2 - E_{y2} d_2^2)^2}{4E_{y1} E_{y2} d_1 d_2 d^2}}, \quad (94)$$

$$\text{Dacă: } E_1 d_1^2 - E_2 d_2^2 = 0, \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{E_2}{E_1}, \Rightarrow \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{d\theta} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{r_0 d}, \Rightarrow \quad (95)$$

$$\Rightarrow V = \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{r_0} \Rightarrow \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = \frac{V}{d} \cdot (\theta - \theta_0), \Rightarrow S = \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}}{\theta - \theta_0} = \frac{V}{d}, \Rightarrow \quad (96)$$

$$\Rightarrow \underline{Z} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}, \Rightarrow \delta = \frac{0.0066}{\sqrt{\mu_r \sigma_r f_{MHz}}}, [\text{cm}] \quad (97)$$

unde: r_1 și r_0 reprezintă raza de curbura pentru structura bimetalică la temperaturile θ și respectiv θ_0 , ale firului de contact (a cărui suprafață de contact alunecător instantaneu cu peria pantografului se aproximează cu o suprafață plană având $r_0 = \infty$); d_1 și d_2 sunt diametrele firului de contact aproximat cu un bimetal, având grosimea: $d = d_1 + d_2$; E_{y1} și E_{y2} reprezintă modulul de elasticitate transversal *Young* pentru bimetalul firului de contact în intervalul de temperatură considerat; α_1 și α_2 sunt coeficienții medii de dilatare liniară ai bimetalului firului de contact în intervalul de temperatură dat; V reprezintă coeficientul *Villarceau*; S este sensibilitatea bimetalului din care este constituit firul de contact.

5. Concluzii

Starea de conducție este caracterizată prin conductivitatea electrică σ , de starea de polarizare, care este la rândul său caracterizată prin permitivitatea electrică ε și de starea de magnetizare, precum și de permeabilitatea magnetică μ , în condițiile în care comportarea unui material în câmp electromagnetic se determină prin mărimea impedenței intrinseci și complexe a materialului din care este constituit.

Termocuplurile sunt senzori de temperatură care transformă o variație de temperatură într-un semnal electric pe baza efectelor termoelectrice care apar la contactul dintre două metale sau semiconductoare, iar efectele termoelectrice reprezintă fenomene de transport care apar datorită interdependenței dintre fenomenele termice și cele electrice precum efectul *Seebeck*, efectul *Peltier* și efectul *Thomson*, iar fenomenele termoelectrice sunt descrise de ecuația cinetică *Boltzmann* pentru densitatea curentului electric J , respectiv a intensității E a câmpului electric total determinat de câmpul electric exterior (curentul de drift), de neomogenitățile chimice (variația potențialului chimic μ) și termice (gradientul de temperatură T).

În concluzie se reține faptul că la creșterea temperaturii, rezistivitatea tuturor metalelor crește și peste o anumită valoare a temperaturii, dependența rezistivității este liniară, iar temperatura *Debye* T_D poate fi definită ca temperatura minimă peste care rezistivitatea metalelor depinde liniar de temperatură și sub această temperatură, dependența rezistivității de temperatură este de tip putere, iar la temperaturi foarte scăzute, sub o anumită temperatură T_C denumită temperatură critică de supraconducție, pentru o serie de metale rezistivitatea scade brusc, caracteristic fiind fenomenul de supraconducție, iar pentru metalele cu impurități, acest fenomen nu apare și în acest domeniu de temperaturi, rezistivitatea scade în continuare până la o valoare reziduală ρ_{rez} .

Bibliografie

- [1] **Dumitru George**, „*Mecanica Trenurilor*”, ISBN 978-606-25-0484-7, Editura MatrixRom, București, 2019.
- [2] **Dumitru George**, „*Dinamica Locomotivelor*”, ISBN 978-606-25-0770-1, Editura MatrixRom, București, 2022.
- [3] **Dumitru George**, „*Locomotive Electrice*”, ISBN 978-606-25-0769-1, Editura MatrixRom, București, 2022.
- [4] **Dumitru George**, „*Locomotive Diesel*”, ISBN 978-606-25-0768-1, Editura MatrixRom, București, 2022.
- [5] **Dumitru George**, „*Termodinamica Locomotivelor*”, ISBN 978-606-25-0922-4, Editura MatrixRom, București, 2024.
- [6] **Udriște O., Jidveianu V.**, „*Locomotive diesel electrice și locomotive electrice*”, București, Centrul de documentare și publicații tehnice, M.C.F., 1966.
- [7] **Voinea R., Voiculescu D., Ceașu V.**, „*Mecanică*”, E.D.P., București 1975.
- [8] **Sebeșan Ioan, Mazilu Traian**, „*Vibrațiile vehiculelor feroviare*” („*Vibrations Of The Railway Vehicles*”), Editura Matrix Rom, București, 2010.
- [9] **Dumitru George et autres**, „*Caracteristiques dynamiques spécifique des locomotives serie BR 182 Siemens 64 U2 ES 1116 Taurus*”, Proceedings Of The International Scientific Conference CIBv, Vol. 2, ISSN 1843-6617, pp. 269 - 275, 12-13 November, 2010.
- [10] **Dumitru George & others**, „*The Measuring of the Hunting Oscillations Amplitude for Electric Locomotive 060 EA Class To Speeds Between 120 And 210 [km/h]*”, The 11th Youth Symposium On Experimental Solid Mechanics, ISSN: 978-606-19-0079-4, pp. 197 – 204, 2012, Brașov, Romania.
- [11] **Gauss Johann Carl Friedrich**, „*Summatio serierum quarundam singularium*”, Göttingen, 1811.
- [12] **Germain Sophie**, „*Memoir on the Vibrations of Elastic Plate - Referat privind vibrațiile plăcilor elastice*”, Paris, 1816.
- [13] **Hamilton William Rowan**, „*Theory of Systems of Rays*”, 1828.
- [14] **Heumann H.**, „*Grundzüge der Führung der Schienenfahrzeuge*”, Olandenburg - Verlag, 1954.
- [15] **Hilbert David**, „*Methoden der Mathematischen Physik*” - Vol. 1, 1924 / Vol. 2, 1937.
- [16] **Lagrange Joseph Louis**, „*Suite des réflexions sur la résolution algébrique des équations - Reflecții continue asupra rezoluției algebrice a ecuațiilor*”, 1771.
- [17] **Riemann Georg Friedrich Bernhard**, „*Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse - Funcții cu numere prime*”, Monatsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1859.
- [18] **Laplace Pierre Simon**, „*Philosophical Essay on Probabilities. Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences*”, 1825.